

2024年度 群馬大学共同教育学部

学校推薦型選抜・帰国生選抜 問題

数学専攻

小論文

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この「学校推薦型選抜・帰国生選抜 問題」を開いてはいけません。
2. この中には、1枚の下書用紙、1枚の問題用紙、2枚の解答用紙があります。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には試験開始後に申し出てください。
3. 問題は **1** と **2** の2題です。各問題の解答は指定の解答用紙の解答欄に記述してください。
4. 解答用紙の裏面は使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
5. 受験番号と氏名は全ての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 2枚の解答用紙のみを回収します。この表紙と下書用紙と問題用紙は持ち帰ってください。
7. 解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの過程も記述してください。

数学専攻 小論文

問題

解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの過程も記述してください。

1

次の問に答えよ。なお、 a を実数とする。

- (1) 曲線 $y = x^2$ 上の点 P における接線を T_P とする。点 P の座標を (a, a^2) とするとき、 T_P の方程式は $y = 2ax - a^2$ であることを示せ。
- (2) 直線 T_P と直交し、点 $F(0, \frac{1}{4})$ を通る直線を L_P とする。点 P の座標を (a, a^2) とするとき、2直線 T_P, L_P の交点の座標は $(\frac{a}{2}, 0)$ であることを示せ。
- (3) 点 P が曲線 $y = x^2$ 上を動くとき、直線 T_P に関して、点 $F(0, \frac{1}{4})$ と対称な点 Q の軌跡は直線であることを証明せよ。
- (4) (3) の点 Q の軌跡として得られる直線を l とする。このとき、曲線 $y = x^2$ は、「点 $F(0, \frac{1}{4})$ からの距離と、直線 l からの距離が等しい点 R の軌跡」に一致することを証明せよ。

2

次の問に答えよ。

- (1) 「関数 $f(x)$ が $x = a$ で連続であること」と「関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能であること」の定義を述べたうえで、関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能ならば関数 $f(x)$ が $x = a$ で連続であることを証明せよ。
- (2) 左側からの極限 $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{\sin^2 x}{x|x|}$ と右側からの極限 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin^2 x}{x|x|}$ について考察したうえで、極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x|x|}$ を調べよ。
- (3) r を定数とし、関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \begin{cases} |x|^r \sin^2 x & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

により定める。次の条件 (P) が成り立つための、定数 r の範囲に関する必要十分条件を答え、その根拠を述べよ。

条件 (P) 「関数 $g(x)$ が $x = 0$ で連続であり、かつ関数 $g(x)$ が $x = 0$ で微分可能でない。」